

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ АН БССР
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А.СТЕКЛОВА АН СССР

VII ВСЕСОЮЗНАЯ
ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ
КОНФЕРЕНЦИЯ

7-9 июня 1977года

Тезисы докладов и сообщений

МИНСК 1977

УНИМОДАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ
КЗ-ПОВЕРХНОСТИ

Дается объяснение "странной двойственности" Арнольда для 14 исключительных семейств унимодальных критических точек аналитических функций. Оно основано на компактификации многообразия исчезающих циклов особенности некоторой алгебраической поверхностью типа КЗ. Решетка исчезающих гомологий S при этом отождествляется с подрешеткой 22-мерной четной унимодулярной решеткой L сигнатуры $(3, 19)$ двумерных гомологий поверхности. Ортогональное дополнение S в L описывается диаграммой Дынкина $T_{p,q,r}$, где $\pi/p, \pi/q, \pi/r$ - углы треугольника на плоскости Лобачевского, соответствующего данной особенности (3). Оказывается, что для широкого класса примитивных подрешеток M в L сигнатуры $(1, k)$ ортогональное дополнение M^\perp однозначно раскладывается в сумму $H \oplus M^D$, где H - стандартная гиперболическая решетка ранга 2 так, что $(M^D)^\perp = H \oplus M$. Все подрешетки M вида $T_{p,q,r}$ такие, что $M^D = T_{p',q',r'}$ могут быть найдены. Это в точности 14 решеток, соответствующих числам Габриэлова, для которых $S = H \oplus T_{p,q,r}$ (2). Это и дает объяснение странной двойственности Арнольда, а также других "экспериментальных" фактов, замеченных при анализе списка нормальных форм унимодальных ростков (1). Отметим, что связь между унимодальными ростками и алгебраическими КЗ-поверхностями, немедленно дающая объяснение части из этих фактов, была независимо найдена Г.Пикхамом (4).

Более общо, двойственность между подрешетками $M \leftrightarrow M^D$ устанавливает некую двойственность между многообразиями модулей алгебраических КЗ-поверхностей, удовлетворяющих некоторому условию на решетку алгебраических циклов. Например, согласно этой двойственности многообразия модулей поверхностей, обладающих инволюцией без неподвижных точек, должно быть двойственно само себе.

Литература

1. В.И.Арнольд. Успехи мет. наук, т.30, вып.5(1975), 3-65.
2. А.М.Габриэлов. Функц.анал.и его прил., т.8, №2(1974), 1-6.
3. И.В.Долгачев. Функц.анал.и его прил., т.8, №2(1974), 75-76.
4. H.Prinkham, Comptes rendus Acad.sci., Paris, 1977(to appear).

О Q-РАСПИРЕНИЯХ, C-ВЛОЖЕННЫХ
РАСПИРЕНИЕ, ТИХОНОВСКИ

Применяя теоремы о топологических равенствах [2], можно доказать следующую

Теорема. Множество всех Q -расширений пространства X распадается на попарно непересекающиеся подпространства, каждый из которых состоит из тех Q -расширений, которые являются C -вложенными подпространствами бикompактного расширения $\mathcal{B}X$. (Каждое Q -расширение Y является C -вложенным подпространством бикompактного расширения $\mathcal{B}X$ тогда и только тогда, когда Y является C -вложенным подпространством $\mathcal{B}X$.)

Через $C(Y)$ обозначаем класс всех C -вложенных подпространств Y пространства X . Через $S(Y)$ обозначаем класс всех S -вложенных подпространств Y пространства X . Через Q -пространство, содержащее Y , обозначаем Q -пространство, содержащее Y .

Далее, ясно, что класс Q -расширений пространства X согласно теореме, бикompактному расширению $\mathcal{B}X$ распадается на попарно непересекающиеся подпространства $\mathcal{B}X$ вида $\mathcal{B}X - E$, где E - некоторое объединение замкнутых подпространств X . Возникает трудный вопрос о том, как связаны множества $E \subset (\mathcal{B}X - X)$ с C -вложенными подпространствами, соответствующими $\mathcal{B}X$.

Литература

1. В.С.Варадарайн, Меры на топологических пространствах. Матем. сб. 55 1961, 35-96.
2. В.Г.Евстигнеев, Бикompактность и ее приложения. т. 8, вып. 1.